

پیش نیاز مبث مجموعه ها

به نام خدا

سلام خدمت دوستای عزیزم

از این جلسه میفوایم با هم ریاضی نهم رو یاد بگیریم. امیدوارم در کنار همدیگه بتونیم یه سال تحصیلی موفق داشته باشیم 😊

در این جلسه میفوایم با مجموعه‌ها آشنا بشیم ولی قبل از اینکه مبث مجموعه‌ها رو شروع کنیم، یه سری مطالب رو به عنوان پیش‌نیاز مرور می‌کنیم.

شمارنده: شمارنده رو با یه مثال براتون توضیح میدم. عدد ۲۰ رو در نظر بگیرید، این عدد به چه اعدادی بخشپذیره؟ ۱ - ۲ - ۴ - ۵ - ۱۰ - ۲۰

یعنی آگه عدد ۲۰ رو به هر کدوم از اینها تقسیم کنیم باقیمانده تقسیم، برابر صفر میشه. به این اعداد شمارنده های عدد ۲۰ میگیم. (به شمارنده، مقسوم علیه هم میگن)

اعداد طبیعی: مجموعه اعداد طبیعی که اونا رو با N نمایش میدیم، اعدادی هستن که ما برای شمارش ازشون استفاده می‌کنیم، یعنی مجموعه زیر:

$$N = \{ 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$$

اعداد صحیح: مجموعه اعداد صحیح با Z نمایش داده میشه، به صورت زیر:

$$Z = \{ \dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \dots \}$$

اعداد اول: هر عدد طبیعی که غیر از خودش و یک، به هیچ عدد دیگر ای بخشپذیر نباشد به عدد اوله، یعنی عدد اول غیر از خودش و یک، شمارنده (مقسوم علیه) دیگر ای ندارد، مثل اعداد زیر:

$$2 - 3 - 5 - 7 - 11 - 13 - 17 - 19 - \dots$$

عدد مرکب: هر عدد طبیعی که غیر از خودش و ۱، شمارنده های دیگری هم داشته باشد به عدد مرکبه. مثلا همون عدد ۲۰ که توی تعریف شمارنده مثال زدیم، غیر از ۲۰ و ۱ باز هم شمارنده داشت مثل ۱۰ و ۵ و ۴ و ۲. بنابراین ۲۰ یک عدد مرکب محسوب میشه.
نکته:

- به غیر از ۲، همه اعداد زوج مرکب هستن
- عدد یک، نه اوله نه مرکب

مثال: شمارنده های اول و شمارنده های مرکب عدد ۳۰، ۱ مشخص کنید.

اول همه شمارنده های عدد ۳۰، رو می نویسیم:

$$1 - 2 - 3 - 5 - 6 - 10 - 15 - 30$$

حالا میفوییم شمارنده های اول رو مشخص کنیم، از بین اعداد بالا کدومها اولن؟

$$2 - 3 - 5$$

و شمارنده هایی که مرکب هستن:

$$6 - 10 - 15 - 30$$

معرفی مجموعه ها

معرفی مجموعه ها رو با یه مثال شروع می کنیم:

شمارنده های طبیعی عدد ۶۰ رو بنویسید:

۱ - ۲ - ۳ - ۴ - ۵ - ۶ - ۱۰ - ۱۲ - ۱۵ - ۲۰ - ۳۰ - ۶۰

شمارنده های طبیعی و اول رو داخل یه آکلاد قرار بدید و برای اون یه اسم انتخاب

کنید، مثلا **A**، چیزی که بدست میاد اینه:

$$A = \{2, 3, 5\}$$

الان یه مجموعه به اسم **A** تشکیل دادیم که سه تا عضو داره 😊

حالا فرض کنید که از ما خواسته شده که یک مجموعه بنویسیم که شامل سه تا شمارنده

زوج عدد ۶۰ باشه:

شما مجموعه $B = \{۱۰ و ۶ و ۴\}$ رو مینویسید و دوستون مجموعه زیر رو مینویسید:

$$A = \{۱۰ و ۲۰ و ۳۰\}$$

در اینجا دو تا جواب متفاوت برای یک سوال داریم... از این موضوع میفایم یه نتیجه

مهم بگیریم:

عبارت هایی که مشخص کننده یک مجموعه معین و یکتا نباشد، مجموعه ای را مشخص

نمی کنند.

برای روشن تر شدن این نکته، به مثالهای زیر توجه کنید:
تعیین کنید که کدام یک از عبارات زیر، مشخص کننده یک مجموعه است:

الف: مجموعه ای شامل دو عدد زوج کوچکتر از ۱۰

ب: مجموعه همه اعداد فرد کوچکتر از ۱۰

جواب:

الف: برای قسمت الف میتونیم چند تا مجموعه بنویسیم، مثلا $\{۲، ۴\}$ و $\{۴، ۶\}$ و $\{۶، ۸\}$ و ...، پس عبارت قسمت "الف" یک مجموعه رو مشخص نمی کنه، چون ما برای یه سوال، تونستیم چند تا جواب بنویسیم!

ب: برای قسمت "ب" مجموعه زیر رو داریم: $\{۱، ۳، ۵، ۷، ۹\}$

آیا میتونیم مجموعه دیگه ای هم بنویسیم؟ نه!

پس عبارت قسمت "ب" یک مجموعه رو مشخص میکنه.

دو تا نکته مهم دیگه رو هم باید در مورد مجموعه‌ها یاد بدونیم:

۱. **ترتیب نوشتن اعضای مجموعه اهمیتی نداره**، یعنی مجموعه $\{۱، ۲، ۳\}$ و

$\{۳، ۱، ۲\}$ و $\{۱، ۳، ۲\}$ با هم هیچ فرقی ندارن.

۲. **در یک مجموعه عضو تکراری نداریم**، یعنی مثلا مجموعه $\{۱، ۲، ۴، ۲، ۵\}$

باید بصورت $\{۱، ۲، ۴، ۵\}$ نوشته بشه.

پس برای تعریف مجموعه میتونیم عبارت زیر رو داشته باشیم:
در ریاضی برای بیان و نمایش دسته ای از اعضای **مشخص** و **متمايز**، از مجموعه استفاده می کنیم.

نکات تعریف فوق:

۱. اعضای مجموعه باید کاملاً معین باشند (**مشخص**)
۲. اعضای مجموعه باید غیر تکراری باشند (**متمايز**)

چند تا مثال با هم ببینیم:

فعالیت

۱. کدامیک از عبارتهای زیر مشخص کننده یک مجموعه است، مجموعه مورد نظر را نمایش دهید:

الف: عددهای طبیعی و یک رقمی

این مجموعه عبارت است از: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ و چون غیر از این این مجموعه، مجموعه دیگری با این مشخصات نداریم، بنابراین این عبارت نشان دهنده یک مجموعه است.

ب: چهار شاعر ایرانی

این عبارت نشان دهنده یک مجموعه نیست، چرا؟

چون مجموعه‌های زیادی با این مشخصات می‌توانیم بنویسیم، به عنوان مثال:

{ حافظ ، سعدی ، فردوسی ، مولانا } و

{ رودکی ، عطار ، حافظ ، نظامی } و ...

ج: دو عدد اول کوچکتر از ۱۲

مجموعه‌های زیادی رو با این مشخصات می‌توانیم بنویسیم، به عنوان مثال:

{ ۲ ، ۳ } و { ۵ ، ۷ } و { ۳ ، ۵ } و بنابراین این عبارت نشان دهنده یک

مجموعه نیست.

۲. با توجه به شرط متمایز بودن عضوهای یک مجموعه، جاهای خالی را پر کنید:

الف: به جای { ۱ ، ۲ ، ۱ ، ۴ ، ۵ } باید بنویسیم: { ۱ ، ۲ ، ۴ ، ۵ }

ب: به دلیل تکراری بودن عدد ۵ در { ۵ ، ۶ ، ۵ ، ۷ } آن را بصورت { ۵ ، ۶ ، ۷ }

می‌نویسیم.

اعضای مجموعه

برای اینکه نشون بدیم یک عضو به یک مجموعه تعلق داره از علامت \in استفاده

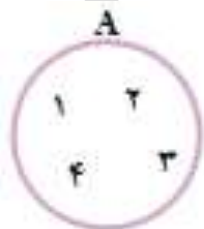
می‌کنیم. مجموعه $A = \{a, b, ۷, ۵\}$ رو در نظر بگیرید، می‌فوایم نشون بدیم b عضوی متعلق به مجموعه A هست، می‌نویسیم $b \in A$ ، به همین ترتیب برای سایر اعضا هم داریم:

$$a \in A \quad \text{و} \quad 7 \in A \quad \text{و} \quad 5 \in A$$

و اگه بفوایم نشون بدیم که یک عضو به یک مجموعه تعلق نداره از علامت \notin استفاده می‌کنیم، مثلا $k \notin A$

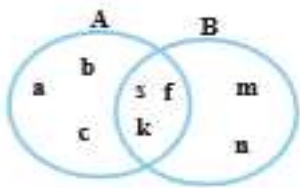
نمایش مجموعه‌ها در نمودار ون:

قبلا گفتیم یه روش نشون دادن مجموعه‌ها اینه که اعضای مجموعه رو داخل آکلاد $\{ \}$ بنویسیم، یه روش دیگه هم وجود داره به اسم نمودار ون و به صورت زیر نمایش داده میشه، یعنی ما یه دایره میکشیم و عضوای مجموعه رو داخلش می‌نویسیم:

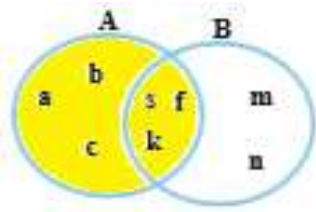


فعالیت

با توجه به نمودار ون که برای دو مجموعه A, B رسم شده است، مجموعه‌های A, B را با عضوهایشان مشخص کنید.



برای نوشتن اعضای مجموعه A ، نمودار ون مربوط به این مجموعه رو در نظر می‌گیریم:

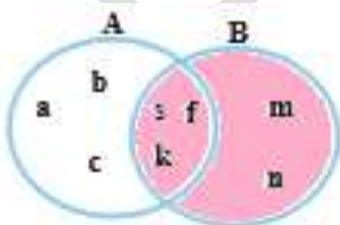


خب، حالا با توجه به شکل، اعضای مجموعه A چی میشه؟

$$A = \{a, b, c, s, f, k\}$$

حالا اعضای مجموعه B چی میشه؟

برای نوشتن اعضای مجموعه B ، نمودار ون مربوط به این مجموعه رو در نظر می‌گیریم:



$$B = \{m, n, s, f, k\}$$

* دقت کنید که $\{s, f, k\}$ هم در مجموعه A قرار داره هم در مجموعه B

۳. مجموعه عددهای دو رقمی زوج و اول را بنویسید و آن را E بنامید، این مجموعه چند عضو دارد؟

در ابتدای درس گفتیم که تنها عدد زوجی که اوله عدد ۲ هست و بقیه اعداد زوج مرکب هستن، بنابراین هیچکدوم از اعداد زوج دو رقمی اول نیستن .

اینجا میفوییم به مفهوم جدید رو تعریف کنیم:

" اگر در مجموعه ای عضوی وجود نداشته باشد آنرا مجموعه تهی می نامیم."

مثلا مجموعه سوال قبل، هیچ عضوی نداشت، پس مجموعه E در سوال قبل به مجموعه تهی هست.

حالا میفوییم ببینیم که مجموعه تهی رو چطوری باید نمایش بدیم. دو راه برای نشون دادن مجموعه تهی وجود داره:

مجموعه تهی رو یا با نماد \emptyset نشون میدیم یا با $\{\}$.

یه نکته ای که باید بهش توجه کنید اینه که مجموعه تهی رو نمی تونیم به شکل $\{\emptyset\}$ نمایش بدیم. فقط یا \emptyset یا $\{\}$.

یه مثال ببینیم:

۴. کدامیک از عبارات زیر مجموعه تهی را مشخص می کند؟

الف: عددهای طبیعی بین ۵ و ۶

آیا بین ۵ و ۶ عدد طبیعی دیگری وجود دارد؟ نه...

پس این مجموعه یک مجموعه تهی است.

ب: عددهای صحیح بین -۱ و ۱

مجموعه اعداد صحیح، رو که یاد تونه؟ این بود:

$$Z = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \dots\}$$

حالا بین -۱ و ۱ چه عددهایی وجود دارد؟ عدد ۰، بنابراین این مجموعه یک عضو دارد و تهی نیست.

تمرین صفحه ۹

مجموعه‌ها

۱- متناظر با هر عبارت، یک مجموعه و متناظر با هر مجموعه، یک عبارت بنویسید و تعداد

عضوهای هر مجموعه را تعیین کنید:

$$A = \{1, 8, 27, 64, 125\} \text{ (الف)}$$

$$C = \{10\} \text{ (ب)}$$

ج) عددهای طبیعی مضرب ۵ و کوچک‌تر از ۱۰۰

د) عددهای طبیعی بزرگ‌تر از ۴ و کوچک‌تر از ۵

ه) عددهای صحیح منفی که بین ۴ و ۷ قرار دارد.

و) عددهای اول دورقمی که مضرب ۷ باشد.

الف: آگه به اعضای مجموعه دخت کنیم می بینیم که همه اونها، توان سوم یه سری عدد هستن:

$$1^3 = 1, 2^3 = 8, 3^3 = 27, 4^3 = 64, 5^3 = 125$$

بنابراین مجموعه A، توان سوم اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ هست.

تعداد عضوهای مجموعه : ۵

ب: مجموعه ی تک عضوی ۱۰

تعداد عضوهای مجموعه : ۱

ج: باید اعدادی رو در مجموعه بنویسیم که مضرب ۵ باشن، از ۱۰۰ هم کوچیکتر باشن:

$$\{ 5, 10, 15, 20, 25, \dots, 70, 75, 80, 85, 90, 95 \}$$

تعداد اعضای مجموعه : ۱۹

د: آیا بین ۴ و ۵ عدد طبیعی دیگه ای وجود داره؟ فیر

پس این مجموعه یه مجموعه ی تهی هست.

تعداد عضوهای مجموعه : ۰

ه: آیا بین ۴ و ۷ عدد منفی وجود داره؟ فیر

پس این مجموعه هم یک مجموعه ی تهی هست.

تعداد عضوهای مجموعه : ۰

۹: می‌دونیم عدد اول عددیه که فقط بر خودش و یک بخشپذیر باشه.

مضربهای عدد ۷ رو ببینید:

{ ۷ ، ۱۴ ، ۲۱ ، ۲۸ ، ... }

بین مضربهای عدد ۷ ، تنها عددی که اوله خود عدد هفته. چرا؟

چون بقیه مضربها، علاوه بر خودشون و ۱ ، به ۷ هم بخشپذیرن.

حالا سوال از ما خواسته که مضربهای دو رقمی عدد ۷ که اول هستن رو بنویسیم ولی ما دیدیم که همه مضربهای دو رقمی عدد ۷ ، مرکبن. پس این مجموعه هم یک مجموعه تهی هست.

تعداد عضوهای مجموعه: ۰

ادامه تمرینها رو می‌تونید در "کانال خصوصی حل تمرین و نمونه سوال" ببینید ☺

در صورت تمایل به عضویت، به ادمین کانال مراجعه کنید.

آموزش گام به گام ریاضی چهارم تا دهم در سایت:

www.riazibaham.ir

و کانال‌های @RiaziBaHam و @RiaziBaHam9

برای دریافت جزوات سایر پایه‌ها ، تمرینهای حل شده و نمونه سوالات

امتثانی حل شده، به "ریاضی با هم" پیوندید.